Hilfsmittelfreier Aufgabenteil

1 HMF-Aufgaben

HMF 1 - Analytische Geometrie (Pool 1)

Gegeben sind die Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad mit\, r \in \mathbb{R}$$

und

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad mit\, s \in \mathbb{R}$$

a) Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes von g und h an.
Zeigen Sie, dass g und h senkrecht zueinander verlaufen.

(2 P)

b) Die Ebene E enthält die Geraden g und h.
Bestimmen Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform.

(3 P)

Lösung

Hinweis:
Mit gleichzeitigem Drücken von $Strg$ und Lösung bzw. $Ctrl$ und Lösung wird die Lösung in einem neuen Tab angezeigt.

HMF 2 - Analytische Geometrie (Pool 1)

Gegeben sind die Gerade g und die Ebene E durch

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad E: 4x_2 - 3x_3 = 25.$$

a) In jeder Zeile ist genau eine Aussage richtig. Kreuzen Sie diese an.

Die Gerade g ist parallel zur ...

☐ x_1x_2-Ebene ☐ x_1x_3-Ebene ☐ x_2x_3-Ebene

Die Gerade g hat zur x_2x_3-Ebene den Abstand ...

☐ $0.$ ☐ $1.$ ☐ $4.$

Die Gerade g ...

☐ verläuft orthogonal zu E. ☐ verläuft echt parallel zu E. ☐ liegt in E.

(3 P)

b) Berechnen Sie den Abstand der Ebene E vom Ursprung.

(2 P)

Lösung

HMF 3 - Analytische Geometrie (Pool 1)

Gegeben sind die Ebene

$$E : x_2 - 3x_3 = 19$$

sowie die Punkte $P(1|2|2)$, $Q(1|-1|11)$ und $S(-2|-4|5)$.

a) Zeigen Sie, dass S in der Ebene E liegt.

(1 P)

b) Weisen Sie nach. dass die Gerade durch P und Q senkrecht zu E steht.

(2 P)

c) Die Punkte P und Q haben den gleichen Abstand von der Ebene E.
Die Punkte S und P legen die Gerade g fest. Spiegelt man g an E, so erhält man die Gerade h.
Geben Sie eine Gleichung von h an.

(2 P)

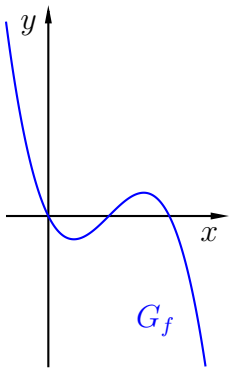
Lösung

HMF 4 - Analysis (Pool 1)

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2x \quad \text{und } x \in \mathbb{R}$$

Die Abbildung zeigt ihren Graphen G_f, der bei $x = 1$ den Wendepunkt W hat.



a) Zeigen Sie, dass die Tangente an G_f im Punkt Wdie Steigung 1 hat.

(2 P)

b) Betrachtet werden die Geraden mit positiver Steigung m, die durch W verlaufen. Geben Sie die Anzahl der Schnittpunkte dieser Geraden mit G_f in Abhängigkeit von m an.

(3 P)

Lösung

HMF 5 - Analysis (Pool 1)

a) Es ist jeweils genau ein Lösung richtig. Kreuzen Sie diese an.

Der Graph der Funktion h mit

$$h(x) = x^2 + e^x \quad \text{und} \quad x \in \mathbb{R}$$

verläuft durch den Punkt

☐ (2|4 + e). ☐ (0|1). ☐ (1|0).

Der Graph h hat an der Stelle 1 eine Steigung von

☐ 0. ☐ $1 + e$. ☐ $2 + e$.

(2 P)

b) Gegeben sind die Funktionen f und g mit

$$f(x) = e^x \quad \text{und} \quad g(x) = e \cdot ln(x) + e.$$

Zeigen Sie das die Funktionen f und g an der Stelle 1 den gleichen Funktionswert und ihre Graphen dort die gleiche Steigung haben.

(3 P)

Lösung

HMF 6 - Analysis (Pool 2)

Gegeben sei die Funktionenschar

$$f_k(x) = k \cdot e^{kx} - x^3 \qquad \text{und} \qquad k \in \mathbb{R}$$

a) Bestimmen Sie den Parameter k so, dass der zugehörige Graph durch den Punkt $P(0|1)$ verläuft.

(2 P)

b) Berechnen Sie den Parameter k so, dass

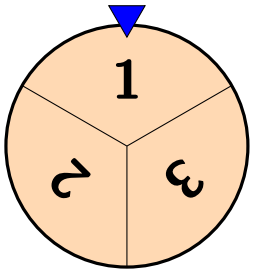
$$\int_0^2 f_k(x)dx = e - 5$$

gilt.

(3 P)

Lösung

HMF 7 - Stochastik (Pool 1)



Ein Glücksrad mit drei gleich großen Sektoren ist wie abgebildet beschriftet.
Das Glücksrad wird zweimal gedreht.

a) Die Zufallsgröße X gibt die Summe der beiden erzielt Zahlen an.
Ergänzen Sie in der folgenden Tabelle die fehlenden Werte.

k	2	3	4	5	6
$P(X = k)$	$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{3}$		

(2 P)

b) Betrachtet werden die Ereignisse A und B:

A: "Es wird $(1;3)$, $(2;2)$ oder $(3;1)$ erzielt."

B: "Beim ersten Drehen wird eine 2 erzielt."

Untersuchen Sie, ob A und B stochastisch unabhängig sind.

(3 P)

Lösung

HMF 8 - Stochastik (Pool 2)

Die Zufallsgrößen X und Y können jeweils die Werte 3, 4 und 5 annehmen.

a) Für die Zufallsgröße X gilt:

$$P(X = 3) = \frac{1}{3},$$
$$P(X = 4) = \frac{1}{4}$$

Bestimmen Sie den Erwartungswert von X.

(2 P)

b) Für die Zufallsgröße Y gilt:

$$P(Y = 3) = \frac{1}{3},$$
$$P(Y = 4) \geq \frac{1}{6} \quad \text{und}$$
$$P(Y = 5) \geq \frac{1}{6}$$

Bestimmen Sie alle Werte, die für den Erwartungswert von Y infrage kommen.

(3 P)

Lösung